

**Kurs e-lerningowy
Giełda Papierów Wartościowych i rynek kapitałowy**

**Praca zaliczeniowa
„Statystyczna analiza indeksu WIG20”¹**

**Norbert Duczkowski
norbert.duczkowski@gmail.com**

Spis treści:

- 1. Wstęp**
- 2. Charakterystyka indeksu WIG20**
- 3. Analiza miesięcznych stóp zwrotu indeksu WIG20**
- 4. Analiza danych wysokoczęstotliwościowych**
- 5. Przewidywanie trendu**
- 6. Wnioski**
- 7. Bibliografia**

1. Wstęp

Indeksy giełdowe to wskaźniki pokazujące stan koniunktury na giełdzie, odzwierciedlające zmiany kursów grupy papierów wartościowych. Każdy z indeksów publikowanych przez Giełdę Papierów Wartościowych w Warszawie, zwaną dalej GPW, dotyczy innego, specjalnie zdefiniowanego segmentu rynku. Wynika stąd, że indeksy różnią się składem swoich portfeli, tj. spółkami, których wyniki bierze się pod uwagę przy obliczaniu wskaźników. Analiza indeksów giełdowych pozwala niejednokrotnie na przewidywanie trendów dla określonych grup spółek lub dla całego rynku.

2. Charakterystyka indeksu WIG20²

Indeks WIG20 (obliczany od 16 kwietnia 1994 r.) obejmuje 20 największych i najbardziej płynnych spółek. W jego skład nie mogą wchodzić fundusze inwestycyjne oraz więcej niż 5 spółek reprezentujących jeden sektor rynku. Pierwsza wartość publikowanego przez GPW wskaźnika wynosiła 1000 pkt. W odróżnieniu od indeksu WIG jest to wskaźnik

¹ na podstawie pracy licencjackiej, wykonanej na Wydziale Fizyki UW: „Numeryczna analiza indeksów WIG, WIG20 i MIDWIG, metodami fizyki statystycznej”, Norbert Duczkowski,

² www.gpw.com.pl

typu cenowego, co oznacza, że przy jego obliczaniu bierze się pod uwagę tylko ceny papierów wartościowych, a nie uwzględnia się dochodów z akcji, takich jak: dywidendy, prawa poboru, etc. Obliczanie wskaźnika następuje w sposób ciągły, natomiast wartości bieżące, podczas notowań publikowane są co 15 sekund. Wartości indeksu na otwarcie sesji podawane są, gdy transakcje zawarte na danej sesji, po jej rozpoczęciu, pozwolą wycenić co najmniej 65% kapitalizacji portfela, ale nie wcześniej niż po 60 s od początku sesji, lecz nie później niż do 11:00. Obliczanie wartości indeksów przebiega na podstawie wzoru:

$$INDEKS(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n=20} P_i(t) S_i(t)}{\left(\sum_{i=1}^{n=20} P_i(t=0) S_i(t=0) \right) * K(t)} * 10^3 \quad (1)$$

gdzie:

$K(t)$ - Współczynnik korygujący (dzielnik) indeksu na danej sesji t

$S_i(t)$ - Pakiet uczestnika indeksu o numerze i na danej sesji t

$P_i(t)$ - Kurs uczestnika indeksu o numerze i na danej sesji t

$S_i(t=0)$ - Pakiet uczestnika indeksu o numerze i na sesji w dniu bazowym

$P_i(t=0)$ - Kurs uczestnika indeksu o numerze i na sesji w dniu bazowym

Wartość indeksu (1) podawana jest w punktach.

Wyboru spółek uczestniczących w indeksie WIG20 dokonuje się w oparciu o dane po ostatniej sesji pierwszego miesiąca każdego roku. Operacja ta to rewizja roczna. Przy ustalaniu składu portfeli indeksów mamy także do czynienia z rewizjami (korektami) kwartalnymi na koniec kwietnia, lipca i października. Wspomniany wybór spółek opiera się na ściśle określonych zasadach. Na początku dokonuje się selekcji spółek, które spełniają określone kryteria i mogą uczestniczyć w rankingu danego indeksu. Kryteria, które należy spełnić, aby zostać wpisanym na listę rankingową WIG20 to:

- w wolnym obrocie znajduje się co najmniej 10% akcji danej spółki i nie są one warte mniej niż 14 mln EURO ,
- mediana obrotu akcjami firmy w ostatnich 6 miesiącach wynosi co najmniej 20 tys. EURO.

Spółki spełniające te kryteria uczestniczą w rankingu. Kolejność w rankingu spółek zależy od ich punktów rankingowych, które naliczane są według wzoru:

$$PKT(i) = 0,6 * T(i) + 0,4 * C(i) \quad (2)$$

gdzie:

$PKT(i)$ - punkty rankingowe spółki o numerze i

$T(i)$ - udział spółki o numerze i w łącznych obrotach akcjami spółek uczestniczących w rankingu za okres 3 lub 12 miesięcy

$C(i)$ - udział spółki o numerze i w wartości akcji w wolnym obrocie spółek uczestniczących w rankingu w dniu jego sporządzenia.

W danym indeksie mogą uczestniczyć spółki z najwyższych pozycji w rankingu. W przypadku WIG20 jest to 20 pierwszych spółek. Przedsiębiorstwa, które zajęły wysokie pozycje w rankingu, ale nie znalazły się na liście, zostają wpisane na tzw. listę rezerwową indeksu, która wykorzystywana jest przy zmianach w portfelu indeksu. Kiedy już spółka zostanie sklasyfikowana jako uczestnik indeksu, trzeba wyznaczyć wagę, z jaką zmiany kursów jej akcji będą wpływały na indeks. W tym celu stosuje się następujący wzór:

$$N(i) = \frac{F(i) * (M(t) - Mq)}{(F - Fq) * P(i)} \quad (3)$$

gdzie:

N(i)- wielkość pakietu akcji spółki o numerze *i*

F(i)- liczba punktów w rankingu spółki o numerze *i*

F- liczba punktów w rankingu 20 spółek, które będą uczestniczyć w indeksie po przeprowadzeniu zmian okresowych

Fq- liczba punktów w rankingu spółek, które będą skreślone z listy uczestników indeksu po przeprowadzeniu zmian okresowych

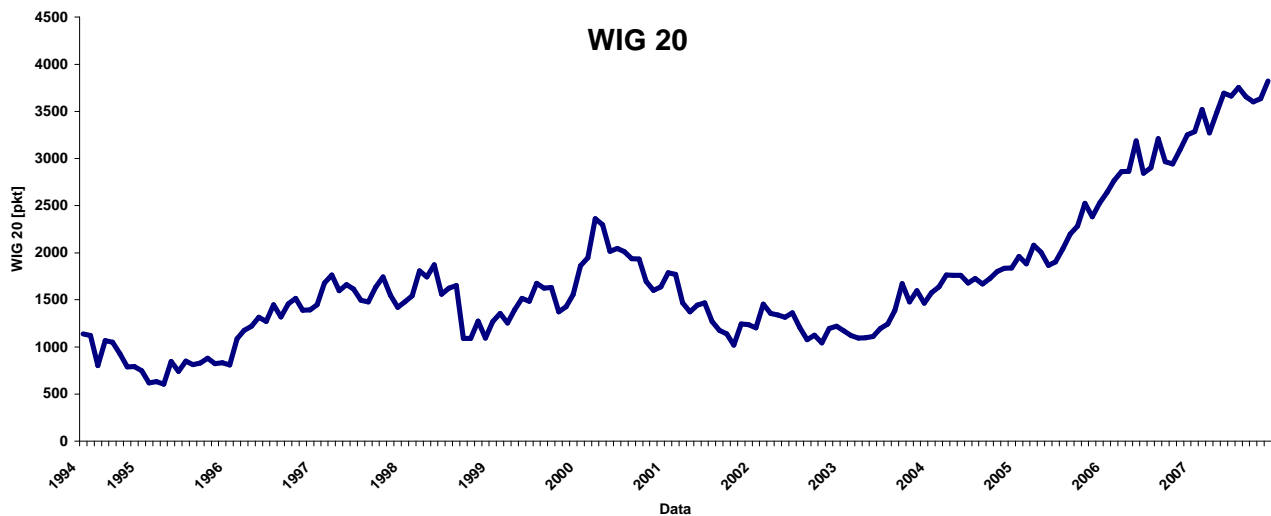
M(t)- kapitalizacja portfela w dniu rankingu

Mq- kapitalizacja pakietów akcji spółek na dzień rankingu, które opuszczą indeks

P(i)- kurs zamknięcia uczestnika *i* w dniu rankingu

Formuła (3) słuszna jest jedynie dla korekty kwartalnej. Podczas korekty rocznej: $Mq = Fq = 0$.

Jednak wagi wyznaczone są nie tylko podczas korekt kwartalnych i rocznych. Do zmian w portfelu indeksu może dojść w innych, tzw. nadzwyczajnych przypadkach, do których zaliczyć możemy: podział akcji, prawo poboru, połączenia (podziału) dwóch lub więcej spółek, wycofania spółki z obrotu, niespełnienia przez spółkę kryteriów wymaganych podczas zmian okresowych, debiut nowej spółki, etc. W takich sytuacjach wagi spółek, lub współczynniki korygujące indeksu wyznaczone są według specjalnych zasad.



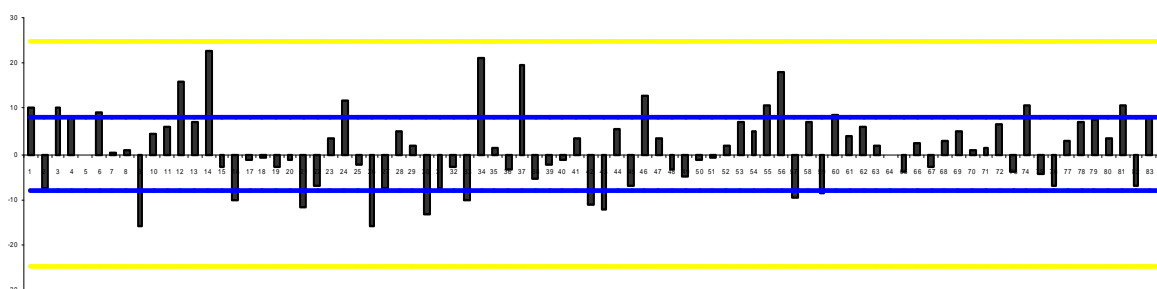
Wykres 1 Przebieg indeksu WIG20³

3. Analiza miesięcznych stóp zwrotu indeksu WIG20

Stopy zwrotu są dla inwestora jednymi z najistotniejszych informacji, jakie płyną z rynków finansowych. Mówią one o rentowności inwestycji, a stopy zwrotu z indeksu giełdowego, np. WIG20, często są benchmarkiem do oceny rentowności inwestycji. W badanym przypadku, analizie zostaną poddane miesięczne stopy zwrotu, z okresu I.1999 – XII.2005.

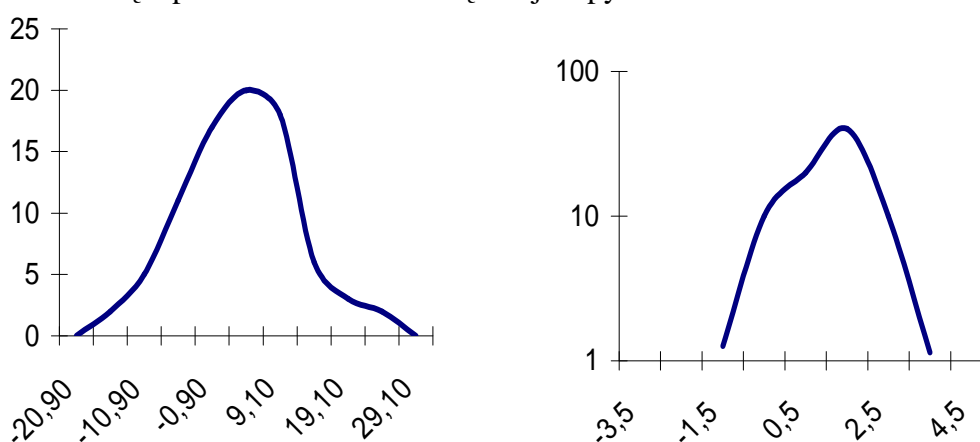
³ opracowanie własne na podstawie danych z bossa.pl

Poniżej przedstawiono wariogram (przyrosty) zmian stóp zwrotu indeksu giełdowego WIG20. Na otrzymanym na podstawie danych empirycznych wykresie (Wykres 2) nie ma zdarzenia przekraczającego zakres $\pm 3\sigma$ (żółte linie).



Wykres 2. Zmiany stóp zwrotu indeksu giełdowego WIG20. Na osi pionowej odłożono zmianę stopy zwrotu, a na osi poziomej kolejne kroki czasowe.⁴

Po przeanalizowaniu zmienności stopy zwrotu zbudujemy histogram, aby wiarygodnie wypowiedzieć się o postaci rozkładu miesięcznej stopy zwrotu indeksu WIG20.



Wykres 3 i 4. Rozkłady stóp zwrotu indeksu giełdowego WIG20. Na osi pionowej odłożono liczbę danych (logarytm liczby danych) w określonym przedziale histogramowania, na osi poziomej środki przedziałów histogramowania⁵

Gdy już znany jest rozkład stóp zwrotu indeksu giełdowego WIG20, policzymy teraz statystyki opisujące zmiany stóp zwrotu (Tabela 1, Tabela 2).

Miary klasyczne

Miara	Wartość	Interpretacja ⁶
Średnia arytmetyczna	1,12%	Gdyby wszystkie miesięczne stopy zwrotu wynosiły tyle samo, to wynosiłyby 1,12%.
Wariancja	66,86	Bez interpretacji, ze względu na miana w drugiej potęgze
Odchylenie standardowe	8,18%	Zmiana indeksu różni się od 1,72 zmiany indeksu o 8,14
Klasyczny współczynnik zmienności	729,92%	Odchylenie standardowe stanowi 729,92% średniej, co świadczy o bardzo silnym zróżnicowaniu
Trzeci moment centralny	148,92	Wyraźna asymetria prawostronna, bo $e_3 > 0$
Trzeci moment centralny standaryzowany	0,27	Asymetria rozkładu jest słaba
Czwarty moment centralny standaryzowany (kurtოza)	-2,94	Rozkład jest spłaszczony, bo $\gamma_4 < 0$

Tabela 1. Miary klasyczne

⁴ opracowanie własne na podstawie danych z bossa.pl

⁵ opracowanie własne na podstawie danych z bossa.pl

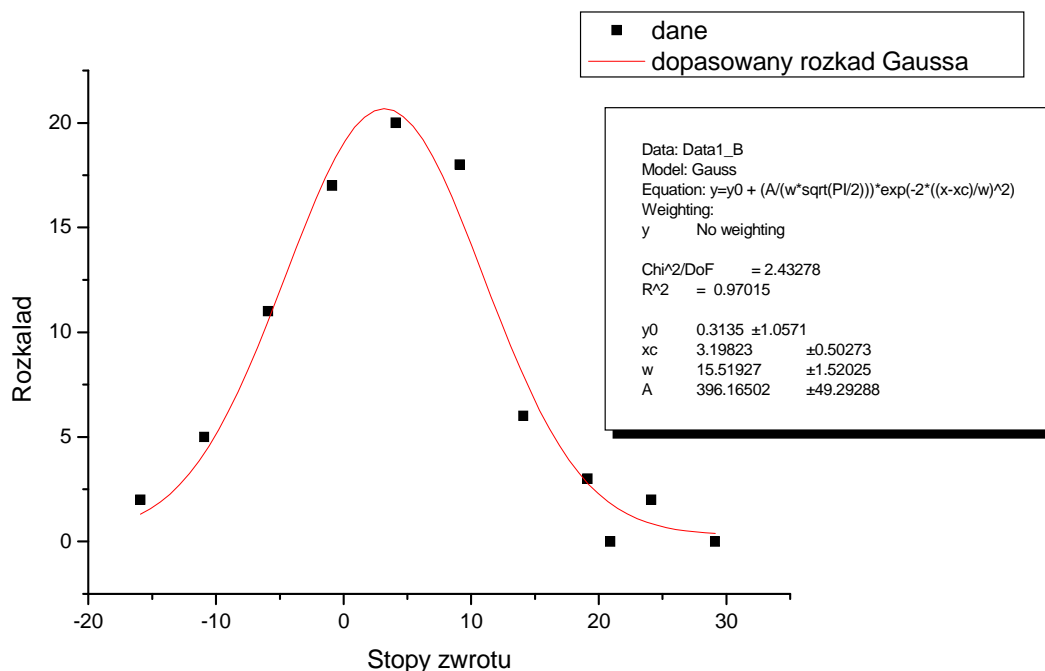
⁶ „Podstawy statystyki opisowej” J. Wierziński, Toruńska Szkoła Zarządzania, Toruń 1998 r.

Miary pozycyjne

Miara	Wartość	Interpretacja ⁷
1 kwartyl	-3,8	W ¼ z badanych przypadków zmiana indeksu była nie mniejsza niż -3,8
2kwartyl (mediana)	1,2	W ½ z badanych przypadków zmiana indeksu była nie większa niż 1,2
3 kwartyl	6,5	W ¾ z badanych przypadków zmiana indeksu była nie większa niż 6,5
Dominanta	6	Najczęściej spotykaną zmianą indeksu była 6.
Rozstęp	38,5	-
Rozstęp międzykwartylowy	10,3	-
Miary rozproszenia 1	4,71	Zmiany indeksów przebiegają przez 4,71 odchyłeń standardowych
Miary rozproszenia 2	1,26	Wewnętrzne 50% zmian indeksów przebiegają przez 1,26 odchyłeń standardowych
Odchylenie ćwiartkowe	5,15	Wewnętrzne 50 % zmian indeksów giełdowych różni się od mediany o 5,15.
Pozycyjny współczynnik zmienności	429,16	Odchylenie ćwiartkowe stanowi 429,16 procent mediany, co świadczy o ogromnym zróżnicowaniu zmian indeksu.
Współczynnik asymetrii wewnętrznych 50%	-1,23	Rozkład jest asymetryczny lewostronnie

Tabela 2. Miary klasyczne

Skoro wiemy, że rozkład stóp zwrotu z indeksu giełdowego WIG20, z dobrym przybliżeniem, opisać możemy rozkładem normalnym, znajdziemy teraz parametry tego rozkładu. Obliczenia zostały dokonane przy pomocy programu komputerowego OriginPRO 7,0. Na wykresie poniżej widać postać rozkładu oraz dopasowane parametry.



Wykres 5. Dopasowany rozkład Gaussa do danych empirycznych⁸

Współczynnik R^2 jest bliski jedności, co świadczy o dobrym dopasowaniu postaci funkcyjnej ($R^2 = 0,97015$).

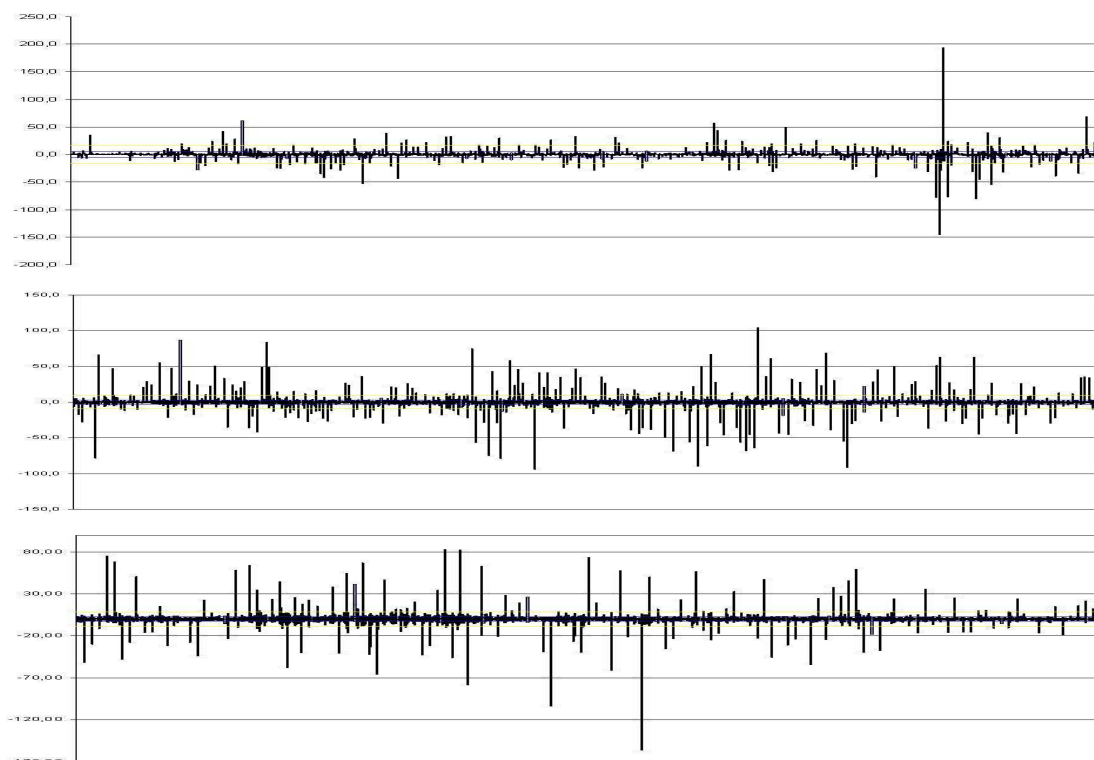
⁷ „Podstawy statystyki opisowej” J. Wierzbński, Toruńska Szkoła Zarządzania, Toruń 1998 r.

⁸ opracowanie własne na podstawie danych z bossa.pl

4. Analiza danych wysokoczęstotliwościowych

Analizę zmienności indeksów giełdowych opisywanych za pomocą danych wysokoczęstotliwościowych rozpoczniemy, podobnie jak analizę zmienności stóp zwrotu, od analizy wariogramów (Wykresy 6-8). Już po wstępnej analizie zauważyć można istotne różnice:

- Znacznie więcej zdarzeń przekracza zakres $\pm 3\sigma$, co w odniesieniu do własności rozkładu Gaussa pozwala domniemywać, że nie jest to proces podlegający rozkładowi normalnemu.
- Zdarzenia przekraczają zakres $\pm 3\sigma$ o wiele bardziej niż w przypadku zmian miesięcznych stóp zwrotu, co pozwala przypuszczać, że „ogony” rozkładów opisujących zmiany danych wysokoczęstotliwościowych są znacznie podniesione w stosunku do „ogonów” rozkładu Gaussa,

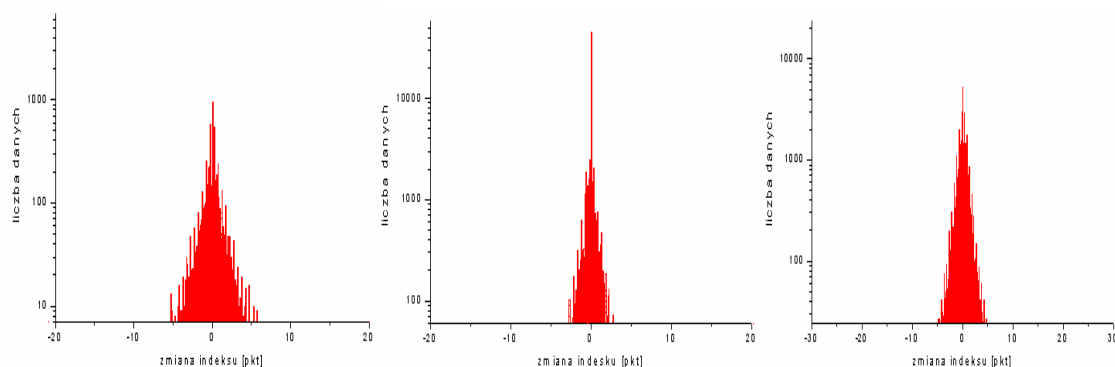


Wykres 6, 7, 8. Zmiany indeksu giełdowego WIG20 w 1997 r ($\Delta t=2$ minuty), 1998 r ($\Delta t=1$ minuta), oraz w pierwszej połowie 2000 r ($\Delta t=1$ minuta). Na osi pionowej odłożono zmianę indeksu [pkt], a na osi poziomej kolejne kroki czasowe.⁹

Zaobserwowane różnice pozwalają stwierdzić, że funkcja opisująca dane wysokoczęstotliwościowe powinna mieć zupełnie inny charakter niż rozkład Gaussa, który nie jest dobrym modelem do opisu tych rozkładów. Wynika stąd, że wraz ze zmniejszeniem horyzontu czasowego zmienia się charakter procesu stochastycznego opisującego stopę zwrotu. Z gaussowskiego przechodzi w niegaussowski.

Aby dokładnie porównać postaci rozkładów empirycznych porównamy wykresy zbudowane w skali półlogarytmicznej miesięcznych stóp zwrotu z pojedynczymi zmianami indeksu. Jak wynika z wcześniejszych obliczeń, miesięczne stopy zwrotu podlegają rozkładowi normalnemu, który przedstawiony w skali półlogarytmicznej przyjmuje postać paraboli. Na poniższych wykresach przedstawiono postaci rozkładów przyrostów indeksu w skali półlogarytmicznej.

⁹ opracowanie własne



Wykresy 9, 10, 11. Rozkład zmian indeksu giełdowego WIG20 w skali półlogarytmicznej odpowiednio¹⁰ dla:

- 1997 r, $\Delta t=2min$, średnia wynosi 0,01 a odchylenie standardowe 5,40.
- 1998 r, $\Delta t=1min$, średnia wynosi -0,01 a odchylenie standardowe 3,29.
- I poł. 2000r, $\Delta t=1min$, średnia wynosi 0,01 a odchylenie standardowe 2,84.

Wyraźnie widać odmienną postać rozkładów danych wysokoczęstościowych. Zaobserwować można zjawisko leptokurtyczności rozkładów („podnoszenia się ogonów rozkładów”), co w języku ekonomii oznacza dopuszczenie do większych zmian indeksu. Łatwo także zaobserwować charakterystyczne, „ostre” maksimum, które znacznie różni się od paraboli rozkładu Gaussa. Jednak duże zmiany wraz ze wzrostem kroku czasowego Δt zostają zniwelowane. Domniemywać możemy, że inne indeksy zachowują się podobnie.

5. Przewidywanie trendu

Trend to ruch cen w ustalonym kierunku. Możliwe są oczywiście wahania wokół trendu. Trend wzrostowy to seria coraz wyższych szczytów i coraz wyższych dołków, zaś to seria coraz niższych szczytów i coraz niższych dołków.¹¹ Trend możemy analizować w różny sposób. Najlepszą metodą wydaje się być prognozowanie przy pomocy modeli ekonometrycznych. W naszych rozważaniach do prognozy użyjemy modelu ARIMA.

Do danych historycznych (05.1994 – 12.1997) dopasowano model następującej postaci:

$$D(D(WIG20)) = -0,59 AR(6) - 0,91 MA(9)$$

Wszystkie parametry modelu są statystycznie istotne, a inne statystyki (Tabela 3) oraz wykres wskazują na bardzo dobre dopasowanie modelu (Wykres 12). Obliczeń dokonano przy pomocy programu komputerowego Eviews 3. Następnie, także przy pomocy programu, zbudowano prognozę trendu. Wyniki zostały przedstawione na Wykresie 12. Widać wyraźnie, że obliczona prognoza bardzo dobrze przewiduje kierunek ruchu indeksu WIG20 mimo, że jest nieco bardziej pesymistyczna, niż dane rzeczywiste.

Dependent Variable: D(D(WIG20))
 Method: Least Squares
 Date: 02/12/07 Time: 17:56
 Sample(adjusted): 1995:01 1997:12
 Included observations: 36 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 9 iterations
 Backcast: 1994:04 1994:12

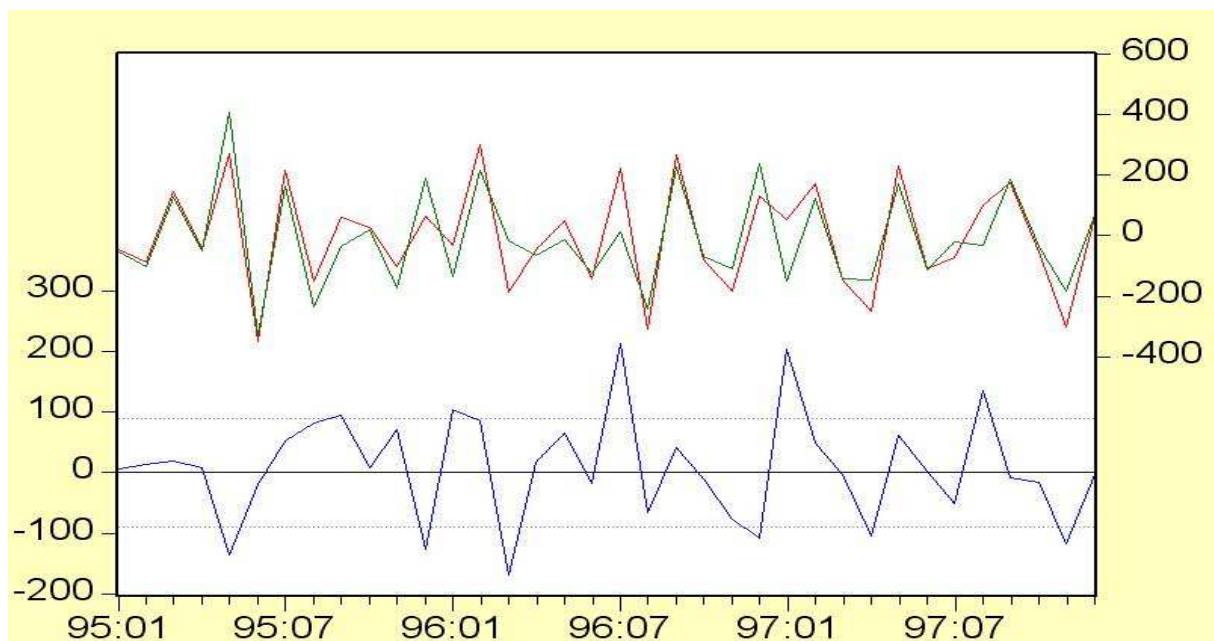
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(6)	-0.593235	0.098637	-6.014333	0.0000
MA(9)	-0.911382	0.024158	-37.72618	0.0000

¹⁰ opracowanie własne

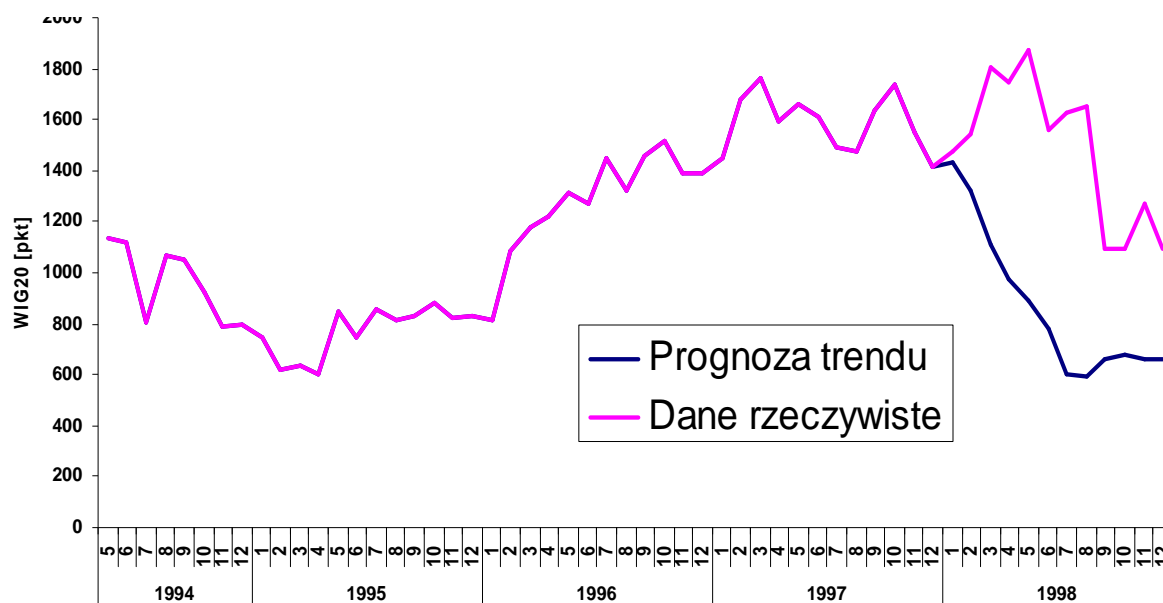
¹¹ Paweł Śliwa, XTB, forum portalu Gazeta.pl : <http://forum.gazeta.pl/forum/72,2.html?f=1016&w=71928692>

R-squared	0.744423	Mean dependent var	-3.666667
Adjusted R-squared	0.736907	S.D. dependent var	174.3750
S.E. of regression	89.44154	Akaike info criterion	11.87900
Sum squared resid	271992.8	Schwarz criterion	11.96697
Log likelihood	-211.8220	F-statistic	99.03257
Durbin-Watson stat	2.378159	Prob(F-statistic)	0.000000
Inverted AR Roots	.79+.46i -.79+.46i	.79 -.46i -.79 -.46i	.00 -.92i -.00+.92i
Inverted MA Roots	.99 .17 -.97i -.93+.34i	.76 -.64i -.49+.86i	.76+.64i -.49 -.86i .17+.97i -.93 -.34i

Tabela 3. Parametry szacowanego modelu.



Wykres 12. Dostosowanie modelu (dane rzeczywiste-czerwony; dopasowany model-zielony) i reszty modelu(niebieski)



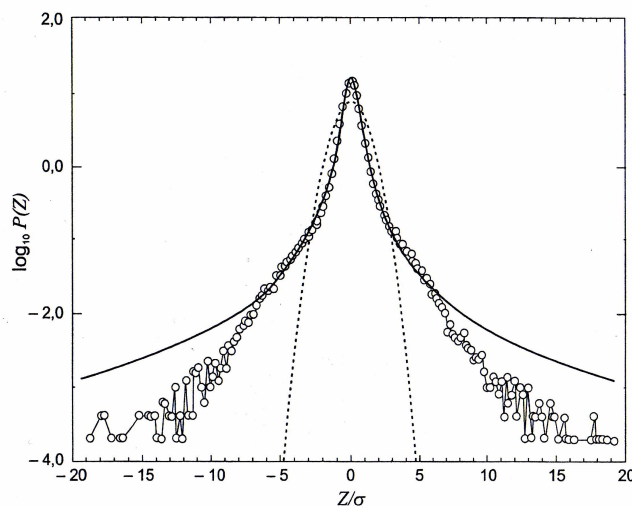
Wykres 13. Prognoza oraz dane rzeczywiste.

6. Wnioski

Na podstawie danych dotyczących wartości indeksu WIG20, zaobserwowano istnienie dwóch, zupełnie odmiennych zachowań indeksów w krótkim i w długim okresie. W długim okresie czasu, na zmianę indeksu WIG20 możemy patrzeć, jak na gaussowski proces stochastyczny. Natomiast w krótkim horyzoncie czasu zmiana indeksu to proces niegaussowski, o czym świadczą:

- o postaci rozkładów danych wysokoczęstotliwościowych,
- o rozrzut zmian indeksu znacznie przekraczający zakres $\pm 3\sigma$

Taka zmiana zachowania indeksu wydaje się mieć charakter uniwersalny, gdyż takie same wyniki dla giełdy mediolańskiej i nowojorskiej otrzymali R. N. Mantegna, H. E. Stanley. Wyniki ich prac przedstawia poniższy wykres:



Wykres 13. Porównanie funkcji rozkładów indeksu S&P500 dla danych wysokoczęstotliwościowych z rozkładem Gaussa (linia kropkowana) i rozkładem Levy'ego (linia ciągła).¹²

Na wykresie linią kropkowaną zaznaczony został rozkład Gaussa, który dobrze opisuje dane dla długiego horyzontu czasowego. Wraz ze zmianą (zmniejszeniem) przedziału czasu Δt wyraźnie obserwowane jest podnoszenie się „ogonów” rozkładu (wzrost leptokurtyczności).

Kolejną ważną obserwacją, jakiej dokonano dla WIG20, jest bardzo mała asymetria w rozkładzie miesięcznych stóp zwrotu.

Istotnym jest także fakt możliwości przewidywania trendu na podstawie modelu ekonometrycznego ARIMA, który jak widać daje bardzo dobre rezultaty.

7. Bibliografia

- 1 „Ekonofizyka. Wprowadzenie” R.N. Mantegna, H.E. Stanley, PWN, Warszawa 2001 r.
2. www.gpw.com.pl
3. „Podstawy statystyki opisowej” J. Wierziński, Toruńska Szkoła Zarządzania, Toruń 1998 r.
4. „Numeryczna analiza indeksów WIG, WIG20 i MIDWIG, metodami fizyki statystycznej”, Norbert Duczkowski, praca licencjacka, wykonana na Wydziale Fizyki UW

¹² „Ekonofizyka. Wprowadzenie” R.N. Mantegna, H.E. Stanley, PWN, Warszawa 2001 r.